OSCILAŢII MECANICE

1. FENOMENE PERIODICE. PROCESE OSCILATORII ÎN NATURĂ ŞI ÎN TEHNICĂ.

Mişcarea oscilatorie este mişcarea executată de un corp, de o parte şi de alta a unei poziţii de echilibru. Mişcarea oscilatorie este cel mai răspândit tip de mişcare mecanică. **Numim *fenomen periodic* un fenomen care se repetă la intervale egale de timp. Intervalul de timp după care se repetă un fenomen periodic este *perioada* acestuia.**

Exemple de fenomene periodice:

Fig. 1 Mişcare de legănare

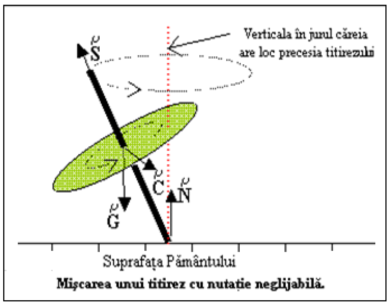

Fig. 2 Mişcarea de precesie

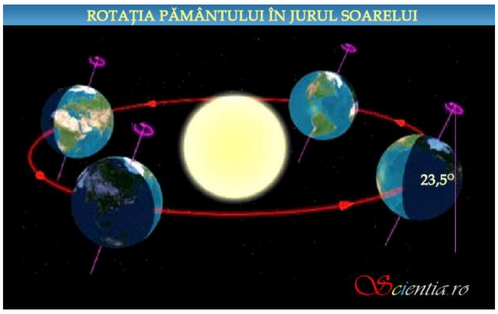

Fig. 3 Mişcarea de revoluţie a Pământului

Fig. 4 Mareele

Fig. 5 Diferite unelte (instrumente): periuţa electrică de dinţi, bormaşina, fierăstrăul pendular, linguriţa oscilantă, etc. execută mişcări periodice.

Fig. 6 Dansul hula (mişcarea de unduire)

Fig. 7 Mişcările aripilor păsărilor

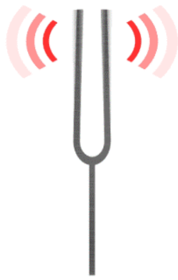

Fig. 8 Vibraţiile unui diapazon

Fig. 9 Balansoarul

Cuvinte care se pot asocia cu fenomenele oscilatorii: oscilare, legănarea, unduire, alternanţă, vibrare (a vibra, vibraţie), pulsare (a pulsa, pulsaţie), balansare, pendulare, du-te-vino. Această diversitate de cuvinte, care exprimă, de fapt, acelaşi lucru, dovedeşte că **mişcarea oscilatorie** este cel mai răspândit tip de mişcare mecanică, întâlnit în natură şi bineînţeles şi în tehnică, (care s-a inspirat din natură!).

De asemenea mişcarea circulară, de revoluţie şi mişcarea de precesie sunt mişcări periodice, ale căror proiecţii execută mişcări oscilatorii.

2. MĂRIMI CARACTERISTICE MIŞCĂRII OSCILATORII:

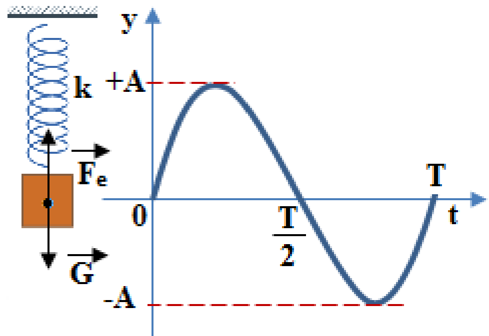

Fig. 10

1. ***Perioada*** *– timpul în care corpul execută o oscilaţie completă. Se notează cu* ***T*** *şi se măsoară în secunde,* **s.**
2. ***Frecvenţa*** *– numărul de oscilaţii complete efectuate în timp de o secundă.* *Se notează cu* $\boldsymbol{\upsilon}$ *şi se măsoară* ***1rot/s=1s^{-1}=1Hz.***
3. ***Faza*** *– unghiul la centru. Se notează cu* $\boldsymbol{\omega t + \varphi_0}$ *şi se măsoară în radiani,* ***rad***
4. ***Faza iniţială*** *– unghiul iniţial la centru. Se notează cu* $\boldsymbol{\varphi_0}$ *şi se măsoară în radiani,* ***rad.***
5. ***Elongaţia*** *– distanţa, la un moment dat, faţă de poziţia de echilibru. Se notează cu* **x**, *sau cu* **y** *şi se măsoară în metri,* **m.**
6. ***Amplitudinea*** *– depărtarea maximă faţă depoziţia de echilibru. Se notează cu* $\boldsymbol{\pm A}$ *şi se măsoară în metri,* **m.**
7. ***Pulsaţia*** *– este, de asemenea, o mărime caracteristică fenomenelor periodice. Se notează cu* **ω,** este proporţională cu frecvenţa, conform relaţiei:

$$\omega = 2\pi\upsilon = \frac{2\pi}{T} \qquad (1)$$

şi se măsoară în **1s^{-1}=1Hz**.

3. OSCILATORUL LINIAR ARMONIC IDEAL (forţele de frecare se neglijează).

Un corp care execută mişcare oscilatorie se numeşte **oscilator**.

Vom încerca să deducem legea de mişcare a oscilatorului pornind de la analogia cu mişcarea circulară, Fig. 11.

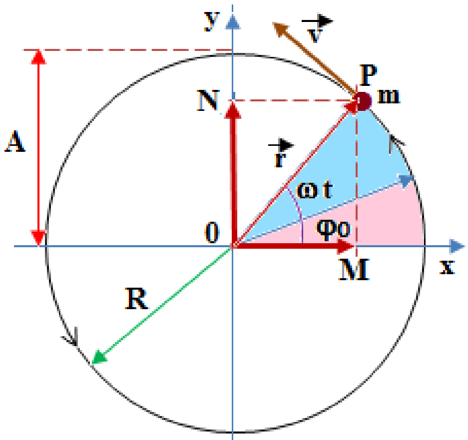

Fig. 11

După cum se observă, proiecţia vectorului de poziţie, în mişcarea circulară, execută o mişcare oscilatorie

Din Fig. 11, ***numai din considerente geometrice***, deducem legea de mişcare a oscilatorului armonic:

$$y = A\sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \qquad (2)$$

Unde am notat cu **y** proiecţia vectorului de poziţie $|\vec{r}| = A$, pe axa Oy.

De acum putem da definiţia analitică a mişcării oscilatorii ca ***mişcarea executată de un corp după o lege de forma (2).***

Se observă că elongaţia **y,** din punct de vedere matematic, are o dependenţă armonică. Putem deci, anticipa că mişcarea descrisă de legea de forma (2) este o mişcare oscilatorie armonică.

Pentru a deduce legile vitezei şi acceleraţiei în mişcarea oscilatorie armonică vom face apel la o teoremă din matematică:

TEOREMĂ
Variaţia în timp a unei mărimi armonice este tot o mărime armonică, a cărei amplitudine este multiplicată cu ω, iar faza defazată înainte cu $\frac{\pi}{2}$. Şi reciproca este adevărată.

În acest caz viteza

$$v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \omega \cdot A\sin\left(\omega \cdot t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) \qquad (3)$$

sau:

$$v = \omega A\cos(\omega t + \varphi_0) \qquad (3')$$

Conform aceleiaşi teoreme:

$$a = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 y \qquad (4)$$

Din relaţia (4), în conformitate cu principiul fundamental al dinamicii, rezultă în mod evident:

$$F = ma = -m\omega^2 y = -ky \qquad (5)$$

OBSERVAȚIE

Un oscilator care execută mișcarea sub acțiunea unei forțe de forma $F = -ky$ este un oscilator armonic. Dacă traiectoria descrisă de oscilatorul armonic este o linie dreaptă, oscilatorul armonic se numește oscilator liniar armonic

Observă identitatea! $m\omega^2 = k$ (6)

Introducând relaţia (6) în (1) se obţine formula perioadei **pendulului elastic,** alcătuit dintr-un corp de masă **m**, suspendat la capătul unui resort de constantă elastică **k,** (oscilatorului liniar armonic):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (7)$$

4. PENDULUL GRAVITAŢIONAL. (pendulul matematic, sau pendulul cu fir, sau pendulul simplu**)**

Este alcătuit dintr-un fir subţire, de masă neglijabilă, de lungime ***l***, la capătul căruia este legat un corp de masă ***m***.

Forţa sub acţiunea căreia se execută mişcarea este:

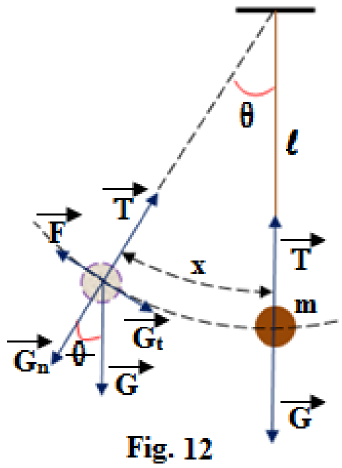

Fig. 12

$$F = -G_t = -mgsin\theta \qquad (8)$$

Pentru **θ** foarte mic, **θ<5°**(sau **0,09 rad),** *cazul micilor oscilaţii*, $sin\theta \cong 1$.

Dacă **θ** este exprimat în radiani, atunci arcul de cerc ***x*** are valoarea: $x = l\theta$.

În acest caz forţa ***F*** va avea valoarea:

$$F \cong -mg\theta = -\frac{mg}{l}\cdot x = -kx \qquad (9)$$

Unde am făcut notaţia evidentă:

$$\frac{mg}{l} = k \qquad (10)$$

Introducând rel.(10) în rel. (7) obţinem **perioada pendulului gravitaţional izocron:**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (11)$$

OBSREVAŢIE: din rel. (9) deducem că şi ***pendulul gravitaţional este un oscilator armonic***. Observând traiectoria mişcării (Fig. 12) deducem că ***acest oscilator armonic nu este liniar***.

De asemenea, rel. (11) este valabilă pentru valori mici ale amplitudinii **(θ<5°), ceea ce reprezintă şi condiţia de izocronism**. Pentru amplitudini mari perioada **T** nu mai este constantă.

5. ENERGIA OSCILATORULUI ARMONIC.

Energia totală a oscilatorului armonic (pe care o vom numi în continuare **energia oscilatorului armonic**) este suma dintre energia potenţială E_p şi energia cinetică E_c ale acestuia.

Ţinând cont de rel. (2) şi (3) potenţială E_p şi energia cinetică E_c au valorile.

$$E_p = \frac{ky^2}{2} = \frac{kA^2 sin^2(\omega t + \varphi_0)}{2} \quad \text{respectiv} \quad E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2 cos^2(\omega t + \varphi_0)}{2} \qquad (12)$$

Dacă adunăm cele două relaţii (12) şi ţinem cont de rel.(6) obţinem energia totală **E**:

$$E = E_p + E_c = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = E_{p\,max.} = E_{c\,max.} = const. \qquad (13)$$

Observăm din rel. (13) că deşi E_p şi E_c se modifică pe parcursul mişcării, E_p se transformă în E_c şi invers, suma lor rămâne constantă, adică: **energia totală a oscilatorului armonic se conservă.**

6. COMPUNEREA OSCILAŢIILOR ARMONICE PARALELE.

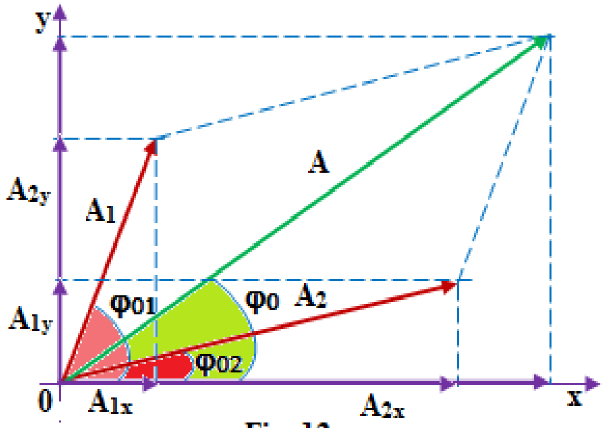

Fig. 13

Fie $\mathbf{y_1=A_1sin\ (\omega t+\varphi_{01})}$ şi $\mathbf{y_2=A_2sin(\omega t+\varphi_{02})}$ două oscilaţii armonice.

Prin compunerea a două oscilaţii armonice, de aceeaşi frecvenţă, se obţine tot o oscilaţie armonică, de aceeaşi frecvenţă: $\mathbf{y=y_1+y_2=Asin(\omega t+\varphi_0)}$

Pentru a determina **y** trebuie să determinăm valorile lui **A** şi $\boldsymbol{\varphi_0}$.

Reprezentarea mărimilor armonice se face printr-un vector rotitor, numit **fazor**, ***care are lungimea egală cu amplitudinea mărimii armonice, iar unghiul pe care îl face cu abscisa, la un moment dat, este egal cu faza*** φ ***a mărimii armonice, la acel moment.*** **Vectorul se consideră rotitor cu o perioadă egală cu cea a mărimii armonice.**

Urmărind Fig. 12 se observă că:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \qquad (14)$$

şi:

$$\varphi_0 = arctg\left(\frac{A_1 sin\varphi_{01} + A_2 sin\varphi_{02}}{A_1 cos\varphi_{01} + A_2 cos\varphi_{02}}\right) \qquad (15)$$

DISCUŢIE:

a) ***Dacă*** $\boldsymbol{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0}$, **A=A₁+A₂** . În acest caz spunem că oscilaţiile sunt în fază, Fig. 14a).

b) ***Dacă*** $\boldsymbol{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi(180°)}$, $\mathbf{A=A_1 - A_2}$. În acest caz spunem că oscilaţiile sunt în opoziţie de fază, Fig. 14b)

c) ***Dacă,*** $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}\ (90°)$ $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$. În acest caz spunem că oscilaţiile sunt în cuadratură (sau la sfert), Fig. 14c)

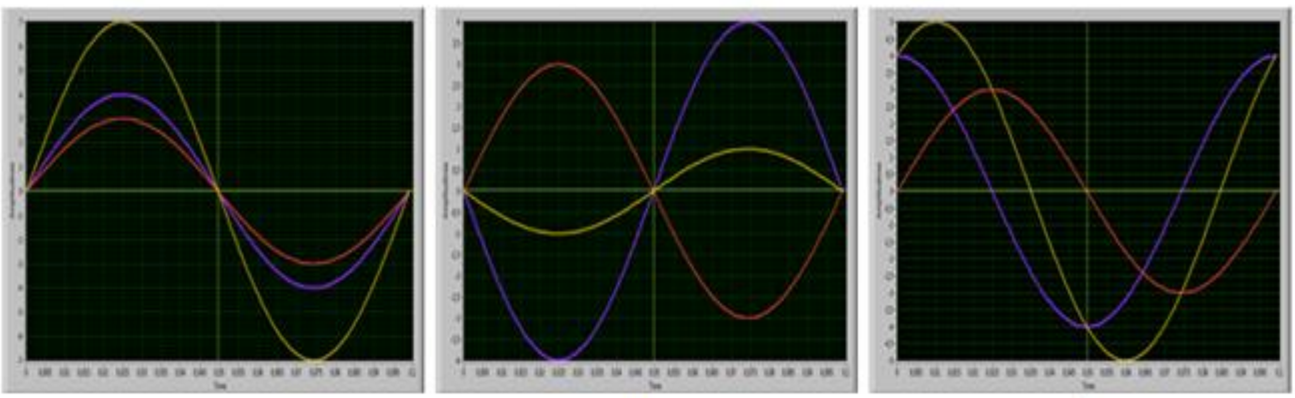
a) b) c)

Fig. 14

LAGENDĂ: A_1 ROŞU, A_2 MOV, iar $A = A_1 + A_2$ GALBEN.

7. OSCILAŢII MECANICE AMORTIZATE

Situaţiile prezentate până acum au avut în vedere oscilaţiile ideale, oscilaţii în care nu intervin forţe disipative. În aceste situaţii amplitudinea oscilaţiei poate rămâne constantă un timp îndelungat.

În realitate, datorită forţelor disipative, de exemplu forţele de frecare ale oscilatorului cu aerul, frecările din legături, frecările interioare, datorate deformărilor continue, etc., amplitudinea oscilaţiilor scade în timp…până la extincţie. În acest caz spunem că s-a produs amortizarea oscilaţiei, iar acest tip de oscilaţii se numesc oscilaţii amortizate. Forţele disipative au ca efect pierderi de energie pe parcursul oscilaţiei, astfel că după un anumit timp energia oscilatorului se pierde sub diferite forme, de exemplu sub formă de căldură.

Amortizarea oscilaţiilor se poate studia în două situaţii:

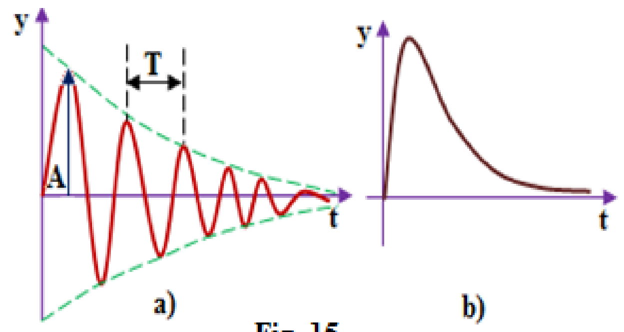

Fig. 15

1. **<u>Forţe disipative mici</u>**. În acest caz amplitudinea scade, poziţia de echilibru rămâne aceeaşi, iar perioada deşi se modifică foarte puţin, rămâne aproximativ constantă Fig. 15a). *Perioada mişcării amortizate se numeşte **pseudoperioadă**,* iar mişcarea se numeşte ***quasiperiodică***. Dacă forţele disipative sunt foarte mici, amortizarea se produce într-un timp foarte lung, iar perioada poate fi considerată constantă şi se poate aproxima cu perioada proprie de oscilaţie a oscilatorului.
2. **<u>Forţe disipative mari</u>**. În acest caz mişcarea este *aperiodică*, de tip undă de şoc, Fig. 15b).

8. OSCILAŢII MECANICE ÎNTREŢINUTE. OSCILAŢII MECANICE FORŢATE. REZONANŢA.

Pentru a compensa pierderile de energie forţelor disipative, asupra oscilatorului trebuie acţionat cu o forţă perturbatoare exterioară.

- Dacă forţa perturbatoare exterioară este continuă, oscilaţiile se numesc ***oscilaţii întreţinute***, de exemplu oscilaţiile unui ceas.
- Dacă forţa perturbatoare exterioară este periodică, oscilatorul va executa un nou tip de oscilaţii numite ***oscilaţii forţate***, de exemplu legănarea într-un balansoar, sau vibraţiile geamurilor de la ferestre când pe stradă trec utilaje foarte grele. ***În acest caz perioada şi frecvenţa oscilaţiilor forţate va fi perioada şi frecvenţa cu care este aplicată forţa perturbatoare.***

Sistemul care produce forţa perturbatoare exterioară se numeşte **excitator**, iar sistemul care primeşte acţiunea forţei perturbatoare se numeşte **excitat.** În această situaţie are loc un transfer de energie între cele două sisteme: **excitator** şi **excitat**.

Rezonanţa

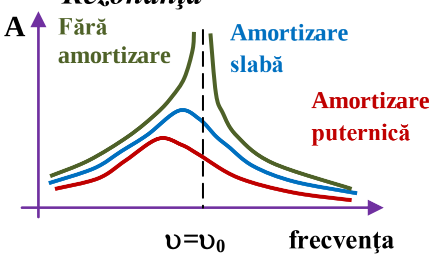

Fig. 16

Dacă frecvenţa **excitatorului** este foarte apropiată sau egală cu frecvenţa proprie de oscilaţie a **excitatului** are loc un proces de transfer maxim de energie între cele două sisteme. Acest fenomen se numeşte **rezonanţă.** În acest caz perioada excitatului rămâne aproximativ constantă, dar amplitudinea oscilaţiilor ia valori foarte mari, valori care pot tinde către infinit în cazul forţelor disipative foarte mici, Fig.16.

Acest fenomen este întâlnit în diferite domenii ale fizicii şi tehnologiei, precum: în transmisiunile radio-TV, în medicină sau în tehnică **<u>rezonanţa magnetică nucleară</u>** (RMN), sau **<u>rezonanţa electronică de spin</u>** (RES), vibraţiile diferitelor piese în mişcare ale maşinilor şi utilajelor în funcţiune defectuoasă.

De asemenea funcţionarea cuptorului cu microunde sau a laserului au la bază şi fenomenul de rezonanţă.

9. ACTIVITĂŢI DE FIXARE A CUNOŞTINŢELOR ŞI EVALUARE.

Răspundeţi la următoarele întrebări:

1. Ce este un fenomen periodic?
2. Daţi exemple de cel puţin trei fenomene periodice.
3. Ce este mişcarea oscilatorie?
4. Ce este un pendul elastic?
5. Care sunt mărimile caracteristice mişcării oscilatorii?

6. Ce este un oscilator?
7. Ce este un oscilator liniar armonic?
8. Ce este un pendul gravitaţional?
9. Care este condiţia de izocronism pentru perioada oscilaţiilor armonice?
10. Presupunând că la un moment dat, pe parcursul mişcării oscilatorii, $\mathbf{E_c=E_p}$, care este valoarea acestora, relativ cu energia totală **E**?
11. Ce se poate spune despre rezultatul compunerii a două oscilaţii armonice?
12. Care este condiţia ca două oscilaţii armonice să fie în fază? Care este valoarea amplitudinii oscilaţiei rezultante în acest caz?
13. Care este condiţia ca două oscilaţii armonice să fie în opoziţie de fază? Care este valoarea amplitudinii oscilaţiei rezultante în acest caz?
14. Care este condiţia ca două oscilaţii armonice să fie în quadratură (la sfert)? Care este valoarea amplitudinii oscilaţiei rezultante în acest caz?
15. Cum se numesc oscilaţiile unui corp în prezenţa forţelor disipative?
16. Care este efectul forţelor disipative asupra oscilatorului şi cum se numeşte acest efect?
17. Ce se întâmplă cu perioada oscilatorului şi cum se numeşte aceasta, în situaţia în care în sistem apar forţe disipative mici?
18. Ce sunt oscilaţiile întreţinute?
19. Ce sunt oscilaţiile forţate?
20. Definiţi rezonanţa.

Rezolvaţi următoarele probleme:

1. Un punct material oscilează după legea: $y = 5 \cdot 10^{-2} sin\left(15{,}7t + \frac{\pi}{3}\right)$, exprimat în metri.

   Să se calculeze: a) amplitudinea, pulsaţia, perioada, frecvenţa şi faza iniţială;

   b) elongaţia la momentul $\boldsymbol{t = \frac{T}{6}}$ **s;**

   c) după cât timp de la începutul mişcării $E_c=E_p$, pentru prima dată ?

   R: b) y=2,5·10^{-2} m; c) $t = \left(\frac{k}{5} - \frac{1}{60}\right)$

2. Să se scrie ecuaţia unei oscilaţii armonice cunoscând vitezele $v_1=3\cdot10^{-2}$m/s şi $v_2=5\cdot10^{-2}$m/s, corespunzător elongaţiilor $y_1=6\cdot10^{-2}$m şi $y_2=4\cdot10^{-2}$m, iar $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$rad .

   R: $y = 6.87 \cdot 10^{-2} sin\left(0{,}894t + \frac{\pi}{4}\right)$.

3. Să se scrie legea de mişcare a unui corp de masă m=4kg, suspendat de un resort cu constanta elastică k=36N/m, ştiind că amplitudinea oscilaţiilor este A=20cm, iar corpul trece prin poziţia de echilibru în jos la momentul t=0.

   R: $y = 0{,}2\sin(3t + \pi)$.

4. Mişcarea unui arc elicoidal este dată de ecuaţia: $100y = \frac{\sqrt{3}}{2} cos2t + \frac{1}{2} sin2t$. Să se arate că mişcarea este armonică şi să se determine elongaţia, viteza şi acceleraţia unui punct la momentul $t = \frac{\pi}{6}$.

   R: $y = 0{,}01\sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$ $[m]$; $y = 8{,}6mm$; v= -10mm/s; a= 4mm/s^2

5. Fie $y_1 = 4sin100\pi t$ și $y_2 = 3\sin(100\pi t + \pi)$ două oscilaţii armonice să se scrie ecuaţia oscilaţiei rezultate prin compunerea celor două.

   R: $y = 5\ sin\left(100\pi t + arctg\frac{4}{3}\right)$.

6. Să se determine E_c şi E_p ale unui punct material de masă $m=5\cdot10^{-4}$kg, care oscilează armonic cu amplitudinea $A=5\cdot10^{-2}$m şi frecvenţa $\upsilon=\frac{1}{\pi}Hz$, când se află la distanţa y=4cm de poziţia de echilibru.

R: $E_c=9\cdot10^{-7}$J, $E_p=16\cdot10^{-7}$J.

BIBLIOGRAFIE:

1. M. Popesscu, V. Tomescu, M, Strazzaboschi, M. Sandu – FIZICĂ, manual pentru clasa a XI-a, Editura Crepuscul – 2006.
2. G. Enescu, N. Gherbanovschi, M. Prodan, Şt. Levai – FIZICĂ, manual pentru clasa a XI-a, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti – 1994.
3. http://dex-online.ro
4. http://inforisx.incerc2004.ro/sursa.htm
5. http://ro.wikipedia.org/
6. http://www.walter-fendt.de/ph14ro
7. http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1904/strutt-bio.html

OBSERVAȚIE: Cuvintele de culoare albastră, subliniate conțin hyperlink-uri. Accesându-le obțineți informații suplimentare. De asemenea, dacă puneți promterul pe anumite imagini vi se va deschide un link.