MECANICA

II. Dinamica

1. Principiile mecanicii clasice (sau principiile mecanicii newtoniene, sau principiile dinamicii).

1.1 Principiul I, (al inerției): ***Un corp își păstrează starea de repaus relativ sau de mișcare rectilinie și uniformă, atâta timp cât asupra lui nu acționează alte corpuri din afară.***

Inerția este proprietatea corpurilor de a se opune schimbării stării de mişcare. Ordonarea corpurilor în funcție de inerția lor se face cu ajutorul mărimii fizice **masă.**

Masa, este o măsură a inerției corpurilor. Corpurile cu masă mare au inerție mare și invers.
Mărimea fizică **masa** are simbolul **m.**
Unitatea de măsură pentru masă, în S.I. este kilogramul: $[\boldsymbol{m}]_{\boldsymbol{SI}} = \boldsymbol{1kg}$.

1.2 Principiul al II-lea, (fundamental): Dacă o forță acționează asupra unui corp îi va imprima acestuia o accelerație direct proporțională cu forța și invers proporțională cu masa corpului, având direcția și sensul forței:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad (1)$$

Proprietatea corpurilor de acțiune reciprocă se numește interacțiune. Pentru a distinge între mărimea intensității interacțiunilor diferitelor corpuri, folosim mărimea fizică forța. Forța este mare dacă interacțiunea dintre corpuri este mare și invers.
Unitatea de măsură pentru forță este newtonul: $[\boldsymbol{F}]_{\boldsymbol{SI}} = \boldsymbol{1N}$
1N este intensitatea unei forțe care acționând asupra unui corp cu masa de 1kg îi imprimă o accelerație de $1 m/s^2$. $\boldsymbol{1N = 1kg \cdot \frac{1m}{s^2}}$

OBSERVAȚII:

1. Rel.(1) reprezintă relația de definiție a forței. Această relație nu ne spune nimic despre natura forței. În continuare vom defini o relație a forței pentru fiecare tip de interacțiune.
2. Rel.(1) este o relație vectorială și în consecință ea este echivalentă cu una, două sau trei relații scalare, în funcție de cum se desfășoară mișcarea, unidirecțional, în plan sau în spațiu:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} F_x = m \cdot a_x \\ F_y = m \cdot a_y \\ F_z = m \cdot a_z \end{cases} \qquad (2)$$

3. În cazul interacțiunii dintre un corp și Pământ forța se numește forță de greutate, notată cu G

Principiul suprapunerii, sau superpoziției, forțelor.
Daca asupra unui corp acționează simultan mai multe forțe, fiecare forță va imprima corpului o accelerație, conform principiului al II-lea, independent de prezența celorlalte, accelerația rezultantă fiind suma vectorială a accelerațiilor individuale:

$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad (2')$$

Efectele produse de acțiunea forței.
Forța care acționează asupra unui corp poate produce două tipuri de efecte asupra acestuia:
1. **Efect dinamic.** Forța care acționează asupra corpului îi schimbă starea de mișcare. Sub acțiunea forței corpul accelerează sau frânează.
2. Efect static. Sub acțiunea forței, corpul suferă o deformare. Deformarea poate fi:
a) deformare plastică, atunci când acțiunea forței încetează deformația corpului se păstrează;
b) deformare elastică, atunci când acțiunea forței încetează corpul revine la forma inițială.

1.3. Principiul al III-lea, (al acțiunii și reacțiunii, sau al acțiunilor reciproce): Daca un corp acționează asupra altui corp cu o forță numită acțiune, atunci corpul al doilea va acționa asupra primului cu o forță de același modul, aceeași direcție, dar de sens contrar, numită reacțiune:

$$\vec{F} = -\vec{F'} \qquad (30)$$

Unde $\vec{F}$ și $-\vec{F'}$ sunt forța de acțiune respectiv de reacțiune, Fig. 1.

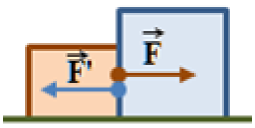

Fig. 1

OBSERVAȚII:

1. Definirea forțelor nu este unică. Oricare dintre cele două forțe poate fi forță de acțiune sau forță de reacțiune.
2. Orice forță în natură se află în pereche: acțiune și reacțiune.
3. Punctele de aplicație ale acțiunii și reacțiunii se află pe corpuri diferite. Acesta este și motivul pentru care cele două forțe nu se anulează reciproc!

Principiul relativității în mecanica clasică.

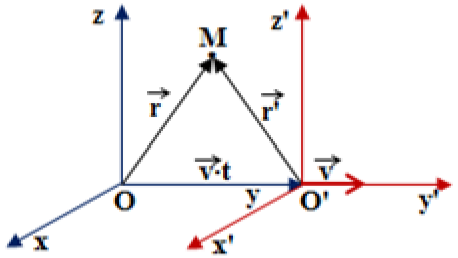

Fig. 2

Sistemul de referință inerțial, SRI – este un sistem de referință care se mișcă rectiliniu și uniform, sau se află în repaus.

Fie **SRIO** și **SRIO'.** două sisteme de referință inerțiale (Fig. 2). Sistemul **SRIO** este în repaus, iar sistemul **SRIO'** se deplasează cu viteza constantă $\vec{\mathrm{v}}$. Să presupunem că, la un moment dat, undeva, într-un punct **M** al spațiului se produce un eveniment, exemplu: aprinderea unui bec, explozia unei petarde, etc.

Un **eveniment**, în accepțiunea limbajului fizic, este un fenomen sau un lucru căruia i se poate atașa un moment în timp și o locație în spațiu, unice în raport cu un sistem de referință.

În mecanica clasică, admitem că *fenomenele mecanice se petrec identic în orice sistem de referință inerțial.*

Considerăm, de asemenea, că la momentul inițial, $t = 0$, originile celor două sisteme de referință inerțiale au coincis.

Distanța măsurată până la punctul M, legea de mișcare, în funcție de un sistemele de referință, este dată de relația:

$$\overrightarrow{r'} = \vec{r} - \vec{\mathrm{v}} \cdot t \qquad (4)$$

Sau, pe coordonate:

$$\begin{cases} x' = x - \mathrm{v} \cdot t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases} \qquad (4')$$

Rel. (4) și (4') confirmă relativitatea mișcării. Observați că poziția punctului M, la un moment dat, în spațiu depinde de sistemul de referință ales.

Rel.(4') mai sunt cunoscute și sub numele de **grupul de transformări Galilei**, sau **ecuațiile Galilei**.

Sesizați că mișcarea este considerată unidirecțională și mai sesizați că pe lângă cele trei coordonate spațiale, **x, y și z** mai avem în vedere încă o coordonată, coordonata spațială, **t.**

Spațiul cu trei dimensiuni se numește spațiu Euclidian. Îl cunoaștem de la orele de geometrie. Dacă spațiului Euclidian îi adăugăm a patra dimensiune, timpul t, spațiul se numește spațiu Minkowski, sau spațiul cu patru dimensiuni.

Postularea relației $t' = t$ reflectă ***caracterul sincron (simultan)*** a două evenimente în concepția clasică, newtoniană, conform căreia, timpul „**curge**" identic în toate sistemele de referință inerțiale, $\Delta t' = \Delta t$, adică **timpul are caracter absolut (este invariant).**

Dacă aplicăm relația de definiție a vitezei, rel.(4) și (4') devin:

$$\overrightarrow{u'} = \vec{u} - \vec{\mathrm{v}} \qquad (5)$$

sau scalar, având în vedere că mișcarea am considerat-o unidirecțională:

$$u' = u - \mathrm{v} \qquad (5')$$

unde cu u și cu u' am notat vitezele măsurate în cele două sisteme de referință considerate. Observați că și viteza este relativă. Valoarea ei depinde de sistemul de referință față de care este calculată.

Rel.(5), respectiv (5') reprezintă **legea(relația) de compunere a vitezelor în mecanica clasică.**

Dacă aplicăm rel.(5), respectiv (5') relația de definiție a accelerației, rel.(5), respectiv (5') devin:

$$\overrightarrow{a'} = \vec{a} \qquad (6)$$

respectiv

$$a' = a \qquad (6')$$

Rel.(6) și (6') exprimă faptul că, **în mecanica clasică accelerația este invariantă** față de orice sistem de referință inerțial. Altfel spus, măsurarea accelerației unui corp nu depinde de sistemul de referință ales.

Dacă ținem cont și de faptul că **în mecanica clasică masa este invariantă**, față de orice sistem de referință inerțial: $\boldsymbol{m'} = \boldsymbol{m}$**,** rezultă în mod logic: $\overrightarrow{F'} = \vec{F}$, deci, ***legile mecanicii clasice se formulează la fel în toate sistemele de referință inerțiale.***

Această formulare reprezintă **principiul relativității în mecanica clasică** și este o consecință a transformărilor Galilei și a tuturor ipotezelor specifice, referitoare la mărimile invariante. Cu alte cuvinte, mișcarea rectilinie uniformă de ansamblu a corpurilor, fată de un sistem de referință inerțial oarecare nu ar trebui să influențeze desfășurarea proceselor în care sunt implicate aceste corpuri.

OBSERVAȚIE:

Definiții.

Fie date două sisteme de referință, dintre care unul fix și celălalt mobil.

1. Mișcarea unui corp fată de sistemul de referință mobil se numește **mișcare relativă.**
2. Mișcarea corpului fată de sistemul de referință fix se numește **mișcare absolută**.
3. Mișcarea sistemului de referință mobil solidar cu corpul, față de sistemul de referință fix se numește **mișcare de transport**.
4. Viteza absolută a unui corp față de sistemul de referință fix, este suma dintre viteza acelui corp față de sistemul de referință mobil numită viteza relativă, $\mathbf{v_r}$

Principiile mecanicii se formulează și sunt valabile numai pentru sisteme de referință inerțiale!

2. Tipuri de forțe.

2.1 Forța gravitațională – este forța de atracție dintre două corpuri în Univers.

Legea atracției universale: Două corpuri din Univers se atrag cu o forță direct proporțională cu produsul maselor și invers proporțională cu pătratul distanței dintre centrele celor două corpuri, orientată de-a lungul liniei ce unește centrele celor două corpuri, Fig. 3:

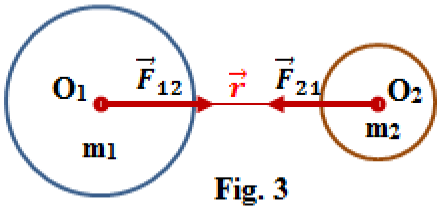

Fig. 3

$$F = K\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \qquad (7)$$

Cu **K = 6,67·10^{-11} N·m^2/kg^2** am notat constanta de proporționalitate, numită **constanta lui Cavendish**.

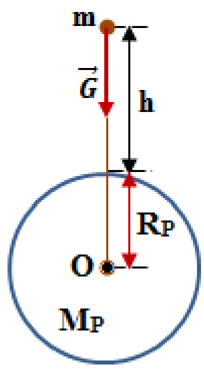

Fig. 4

În rel.(34) corpurile care interacționează le-am considerat punctiforme.

Legea atracției universale este rezultatul observațiilor referitoare la mișcarea corpurilor și în special la căderea corpurilor pe Pământ.

I. Newton, ca și G. Galilei, cam cu vreo 30 de ani înaintea lui Newton, au observat că în apropierea suprafeței Pământului toate corpurile au o accelerație constantă de cădere liberă, care nu depinde de masa corpurilor. Newton este cel care a înțeles căderea corpurilor pe Pământ ca rezultat al atracției dintre Pământ și corp și chiar mai mult: faptul că această interacțiune nu se limitează doar la interacțiunea dintre un corp oarecare și Pământ, ci la interacțiunea dintre toate corpurile din Univers. De aici a rezultat și celebra lege a atracției universale, atracția dintre un corp și Pământ reprezentând doar un caz particular de interacțiune universală. Forța cu care un corp este atras de Pământ se numește **forță de greutate,** sau **greutate,** notată:

$$G = m \cdot g \qquad (8)$$

Unde cu $\boldsymbol{m}$ am notat masa corpului, iar cu $\boldsymbol{g}$ accelerația gravitațională.

Sesizați că rel.(7) și (8) exprimă același lucru: interacțiunea dintre două corpuri din Univers. În cazul particular, al interacțiunii dintre un corp și Pământ, Fig. 4, rel.(7) se poate scrie:

$$F = K\frac{M_P \cdot m}{(R_P + h)^2} = m \cdot g = G \qquad (9)$$

Din Fig. 4 observăm că forța de greutate este orientată pe direcția razei Pământului, spre centrul Pământului. La fel și accelerația gravitațională.

Acesta este motivul pentru care forța de greutate, respectiv forța de interacțiune gravitațională se mai numesc și forțe centripete.

Din egalitatea (9) identificăm valoarea accelerației gravitaționale, $\boldsymbol{g}$: $\quad g = K\frac{M_P}{(R_P + h)^2} \qquad (10)$

Această relație ne arată că accelerația gravitațională nu depinde de masa corpului, dar depinde de latitudine, prin $\mathbf{R_P}$, raza Pământului, și de înălțimea față de Pământ, **h**.

Legea atracției universale ne arată că interacțiunea dintre corpuri se poate face nu numai prin contact direct, ci și prin intermediul câmpurilor. Câmpul este cea de a doua formă de existență a materiei, distinctă de substanță, în cazul de față câmpul gravitațional.

2.1.1 Intensitatea câmpului gravitațional, Γ.

Definim intensitatea câmpului gravitațional raportul:

$$\vec{\Gamma} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad (11)$$

Litera **Γ** se numește gama mare și este literă din alfabetul grec iar **m** se numește masa corpului de probă.

Unitatea de măsură pentru **Γ**: $[\Gamma]_{SI} = 1N/kg$

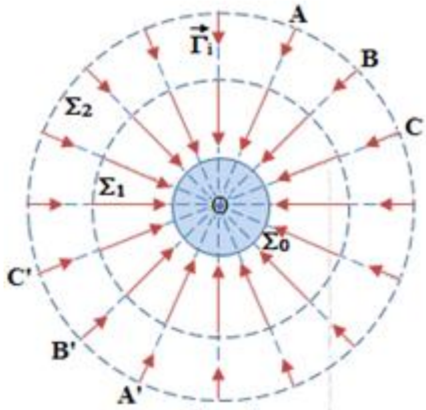

Fig. 5

Câmpurile, deci și câmpul gravitațional, nu le putem recepționa direct, cu organele noastre de simț. Putem, însă, să recepționăm, cu organele noastre de simț, efectele pe care le produc câmpurile, interacțiunile lor cu corpurile. Existența unui efect confirmă existența unui câmp. De ex. dacă creionul ți-a căzut de pe bancă înseamnă că în acea zonă din spațiu există câmp gravitațional, iar creionul a fost corpul de probă.

Din rel.(11) se vede că mărimea fizică intensitatea câmpului gravitațional este o mărime vectorială de aceeași direcție și sens cu forța de interacțiune gravitațională.

Dacă avem în vedere rel.(10) și (11) vedem că Γ nu depinde de masa corpului de probă:

$$\Gamma = K\frac{M_P}{(R_P + h)^2} = g \qquad (11')$$

În Fig. 5 am reprezentat câmpul gravitațional împreună cu componentele sale:

a**) Liniile de câmp** – sunt linii imaginare care trec prin centrul Pământului, de ex. liniile AA', BB' și așa mai departe. **Prin centrul Pământului trec o infinitate de linii de câmp**. Câmpul gravitațional al Pământului este un câmp radial, în Fig. 5 se vede distribuția liniilor de câmp.

b) **Suprafețele echipotențiale** – sunt suprafețe imaginare în jurul Pământului care au proprietatea că modulul intensității câmpului gravitațional are aceeași valoare în orice punct al suprafeței, ex. suprafețele Σ_1, Σ_2…,Σ_0 este suprafața echipotențială de la suprafața Pământului. **În jurul Pământului există o infinitate de suprafețe echipotențiale.**

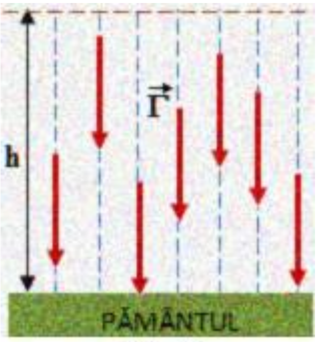

Fig. 7

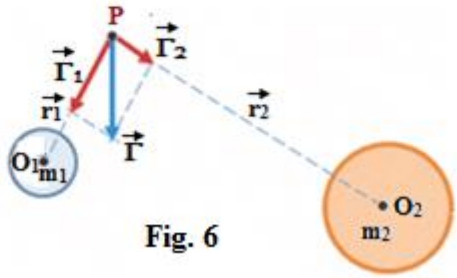

Fig. 6

Dacă întru-n punct al spațiului mai multe corpuri produc simultan câmp gravitațional, câmpul produs de fiecare corp în parte este independent de prezența celorlalte corpuri. Câmpul rezultant va fi rezultatul unei compuneri vectoriale, conform principiului suprapunerii, sau superpoziției. În Fig. 6 am reprezentat cazul a două corpuri care produc câmp gravitațional într-un câmp P al spațiului.

În imediata suprafață a Pământului, până la înălțimi h $\ll R_P$***, pe zone restrânse, intensitatea câmpului gravitațional poate fi considerată constantă, în orice punct al regiunii considerate. Un astfel de câmp se numește*** **câmp uniform** ***și este reprezentat prin linii de câmp paralele.*** De asemenea, vectorii intensitate a câmpului gravitațional sunt paraleli, au acelaşi sens și module egale.

În Fig. 7 am reprezentat un câmp gravitațional uniform. În continuare, toate considerațiile pe care le vom face, referitor la câmpul gravitațional, vor avea în vedere astfel de regiuni.

2.2 Forța de frecare – este o forță care ia naștere la contactul dintre suprafețe. Din această cauză forța de frecare este o forță de contact.

Forța de frecare este forța ce acționează pe direcția mișcării și în sens contrar ei.

Frecarea, în natură, este: a) frecare de alunecare și

b) frecare de rostogolire.

De asemenea, forța de frecare este:

a) forță de frecare statică – se manifestă asupra corpurilor aflate în repaus, de ex. când stăm pe scaun, sau când ținem un creion în mână și

b) forța de frecare dinamică – se manifestă asupra corpurilor aflate în mișcare, de ex. când mergem pe stradă sau când alunecăm pe gheață.

În continuare vom discuta despre frecarea de alunecare, ca forță de frecare dinamică, urmând ca alte cazuri să le studiem în contextul unor aplicații sau probleme.

Legile frecării de alunecare.

Legea I: Forța de frecare la alunecare nu depinde de aria suprafeței de contact dintre corpuri.

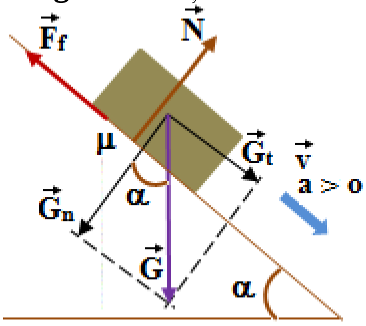

Fig. 9

Legea a II-a: Forța de frecare la alunecare este proporțională cu forța de apăsare normală a corpului pe plan:

$$F_f = \mu \cdot N \qquad (12)$$

Unde **N** este reacțiunea din plan, se mai numește și normala din plan, Fig. 8, iar **μ** (litera miu, din alfabetul grec) este un coeficient de proporționalitatea, numit **coeficient de frecare.** Valoarea lui **μ** este constantă pentru o anumită pereche de suprafețe.

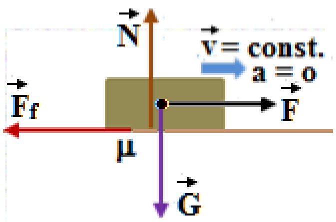

Fig. 8

Din punct de vedere microscopic, forța de frecare de alunecare apare deoarece prin frecare corpurile se electrizează, electrizare prin contact, și ca urmare a acestui fapt între corpuri se manifestă forțe de interacțiune electrostatică.

Exemple de coeficienți de frecare la alunecare:

Piele pe metal	0,6	Piele pe fontă	0,28
Cauciuc pe asfalt	0,4-0,6	Oțel pe oțel	0,17
Piele pe lemn	0,4	Lemn pe gheață	0,035
Lemn pe lemn	0,2-0,6	Oțel pe gheață	0,02

Exemple de calcul al forței de frecare:

1. <u>Cazul mișcării pe suprafață orizontală</u>, Fig. 8. **N = G = mg**, conform principiului al III-lea al dinamicii, iar $\mathbf{F_f = -\mu \cdot mg}$.

2. <u>Cazul mișcării pe plan înclinat</u>, Fig. 9., $N = G_n = m \cdot g \cdot cos\alpha$, valoare obținută ca urmare a proiecției vectorului $\vec{G}$ pe cele două direcții: direcția de mișcare și direcția perpendiculară pe direcția e mișcare, iar $F_f = \mu \cdot N = \mu \cdot mg \cdot cos\alpha$.

Determinarea experimentală a coeficientului de frecare. Metoda tribometrului.

Tribometrul este un plan înclinat de unghi variabil, de ex. Fig. 9.

Așezăm corpul pe planul înclinat și începem să creștem unghiul planului până când corpul începe să coboare uniform pe planul înclinat.

Unghiul unui plan înclinat pe care un corp coboară sau urcă cu viteză constantă (viteza minimă) se numește **unghi de frecare**, notat **φ**.

REȚINEȚI! ***Vitezele minimă și maximă ale unui corp sunt viteze constante.***

Pentru sistemul din Fig. 21, cu condiția **α = φ**, principiul suprapunerii forțelor se scrie:

$$\vec{G} + \vec{N} + \vec{F}_f = 0, \text{ respectiv, pe componente:} \begin{cases} N - G_n = 0 \\ -F_f + G_t = 0 \end{cases} \qquad (13)$$

sau:

$$\begin{cases} N = mg \cdot cos\varphi \\ mg \cdot sin\varphi = \mu \cdot mg \cdot cos\varphi \end{cases} \qquad (13')$$

Din a doua rel.(13') rezultă:

$$\mu = \frac{sin\varphi}{cos\varphi} = tg\varphi \qquad (14)$$

Altfel spus, ***coeficientul de frecare dintre un și corp plan este egal cu tangenta unghiului de frecare***.

Deformări elastice. Legea lui Hooke, sau legea deformărilor elastice.

Am stabilit că sub acțiunea unei forțe corpul poate suferii o deformare elastică sau plastică. Forța care produce o deformare se numește **forță deformatoare**.

Robert Hooke stabilește o relație între alungirea unui material, dimensiunile lui geometrice și intensitatea forței deformatoare, Fig. 10. Unde am notat cu **Δl alungirea absolută**, cu **l_0** lungimea inițială a materialului, **S_0** secțiunea materialului și $\vec{F}$ forța deformatoare aplicată corpului.
Cu aceste notații Hooke a stabilit experimental că:

$$\begin{cases} \Delta l \sim F \\ \Delta l \sim l_0 \\ \Delta l \sim \dfrac{1}{S_0} \end{cases} \qquad (15)$$

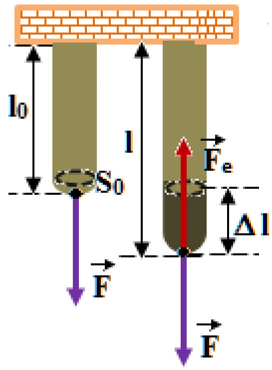

Fig. 10

respectiv: $$\Delta l = \frac{1}{E}\cdot\frac{F}{S_0}\cdot l_0 \quad \text{sau} \quad \frac{F}{S_0} = E\cdot\frac{\Delta l}{l_0} \qquad (16)$$

unde am notat cu E un coeficient de proporționalitate, numit **modul Young**, sau modul de **elasticitate longitudinal**.

Rel. (16) exprimă legea lui Hooke: ***Alungirea absolută este direct proporțională cu forța deformatoare și lungimea inițială a materialului și invers proporțională cu secțiunea materialului.***

Dacă notăm rapoartele $\frac{F}{S_0} = \sigma$ **efortul unitar** și $\frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon$ **alungirea relativă**, legea lui Hooke, rel.(16), se poate scrie: $$\sigma = E\cdot\varepsilon \qquad (17)$$
care este o altă expresie a legii lui Hooke: ***Efortul unitar este direct proporțional cu alungirea relativă.***

Legea lui Hooke *este o lege empirică, obținută experimental, pentru valorile caracteristice ale fiecărui material. Pentru acest motiv se mai numește și* **lege de material**

Alungirea relativă, **ε**, este o mărime adimensională, iar $[\sigma]_{SI} = [E]_{SI} = \frac{1N}{m^2}$

Dacă în rel.(16) scrisă sub forma: $F = \frac{E\cdot S_0}{l_0}\Delta l$ facem notațiile:

$$\Delta l = x \ \text{ și } \ \frac{E\cdot S_0}{l_0} = k$$

obținem: $$F = k\cdot x \qquad (18)$$

k se numește **constantă elastică** și unitatea de măsură pentru **k** este: $[k]_{SI} = \frac{1N}{m}$

Forța elastică.

Când asupra unui corp acționează o forță deformatoare, în material iau naștere forțe interne, a căror rezultantă este egală și de sens contrar cu forța deformatoare, notată F_e și numită forță elastică:

$$F_e = -k\cdot x \qquad (19)$$

Din punct de vedere microscopic, forțele elastice se datorează faptului că prin deformare, în material, distanțele dintre atomi se modifică, cresc sau scad, după cum corpul suferă o alungire sau o comprimare sub acțiunea forței deformatoare.

Dacă corpul se alungește sub acțiunea forței deformatoare: distanțele dintre atomii materialului cresc și se vor manifesta cu preponderență forțe de atracție electrostatică între nucleul unui atom și norul electronic al atomilor vecini. Rezultanta acestor forțe este forța elastică.

Dacă corpul se comprimă sub acțiunea forței deformatoare: distanțele dintre atomii materialului scad și se vor manifesta cu preponderență forțe de respingere electrostatică dintre nucleele atomilor vecini. Rezultanta acestor forțe este forța elastică.

Concluzie: ***Forțele elastice, ca și forțele de frecare, sunt forțe de natură electrostatică!***

Forța centripetă.

În conformitate cu principiul fundamental al dinamicii, accelerația centripetă, care apare ca urmare a mișcării circulare uniforme a unui corp de masă m, este consecința acțiunii unei forțe asupra corpului.

Această forță se numește forță centripetă (sau normală, a nu se confunda cu **N**, reacțiunea din plan, sau normala din plan), notată $\mathbf{F_n}$, din aceleași considerente ca și în cazul accelerației centripete:

$$F_n = m \cdot a_n = m \cdot \omega \mathrm{v} = m \cdot \omega^2 r = m \cdot \frac{\mathrm{v}^2}{r} \qquad (20)$$

Sau vectorial:

$$\vec{F}_n = m \cdot \vec{a}_n = -m \cdot \omega^2 \vec{r} \qquad (20')$$

Forța centripetă poate fi generată fie datorită deformării unor sisteme de legătură, fie datorită acțiunii unor câmpuri, ca de exemplu câmpul gravitațional sau câmpul electrostatic.

Forțele centripete acționează (sunt orientate, au sensul) spre un centru: fie centrul de greutate al corpului, fie centrul de curbură al traiectoriei corpului. Din acest motiv forța de interacțiune gravitațională, de care tocmai am vorbit, este o forță centripetă.

Forța centrifugă.

În conformitate cu principiul acțiunii și reacțiunii, în mișcarea lui circulară, corpul acționează asupra legăturilor cu o forță egală și de sens contrar cu forța centripetă. Această forță este forța centrifugă, $\mathbf{F_c}$.

$$\vec{F}_c = -m \cdot \vec{a}_n = m \cdot \omega^2 \vec{r} \qquad (21)$$

Forța centripetă are punctul de aplicație pe corpul care efectuează mișcarea circulară uniformă, iar forța centrifugă, ca reacțiune a forței centripete, are punctul de aplicație pe corpul sub acțiunea căruia se efectuează mișcarea circulară uniformă.

De exemplu cazul rotației Pământului în jurul Soarelui. Forța de atracție gravitațională exercitată de Soare asupra Pământului este forță centripetă și are punctul de aplicație în centrul Pământului, iar forța de atracție gravitațională dintre Pământ și Soare este forța centrifugă și are punctul de aplicație în centrul Soarelui.

Forța de inerție (pseudoforța sau forța complementară)

Este momentul să observăm cum arată legile fizicii în sistemele de referință neinerțiale.

Legea inerției nu mai este valabilă în sistemele de referință neinerțiale. Legile dinamicii devin din nou valabile dacă se acceptă existența unor forțe nevăzute numite forțe de inerție, sau forțe complementare.

Forța cu care un corp se opune accelerării lui se numeşte **forță de inerție**.

Forțele de inerție au un caracter fictiv, în sensul că ele nu constituie rezultatul unei interacțiuni și, ca urmare, nu satisfac principiul al treilea al dinamicii.

Aceste forțe sunt introduse atunci când se urmărește a extrapola valabilitatea principiilor dinamicii și în sistemele neinerțiale.

Expresiile matematice ale forțelor de inerție se obțin dacă se cunoaște accelerația unui corp în raport cu un sistem de referință aflat el însuși într-o mișcare accelerată și se înmulțește această accelerație cu masa inertă a corpului.

Aceste forțe nu produc efecte măsurabile.

Legând corpul de un sistem de referință neinerțial, el este obligat să efectueze odată cu acesta o mişcare accelerată. Judecând din punctul de vedere al unui observator aflat în sistemul laboratorului, va apărea, conform principiului al treilea al dinamicii o forță de reacțiune, resimțită de legătură.

Această forță de reacțiune (reală!) este egală ca mărime și are același sens, dar nu este identică cu forță de inerție, ea putând fi pusă în evidentă de observatorul din sistemul inerțial al laboratorului

Forța de inerție ce acționează asupra oricărui corp ce se află într-un Sistem de Referință Neinerțial (SRN) este dată de relația:

$$\vec{F}_i = -m \cdot \vec{a} \qquad (22)$$

Forța de inerție acționează numai în sistemul de referință neinerțial și dispare atunci când sistemul devie inerțial.

Forțele de inerție nu respectă principiile mecanicii clasice, deci forțele de inerție nu au reacțiune.

În cazul sistemelor de referință neinerțiale, legea a doua a dinamicii se scrie (forțat):

$$\sum \vec{F} + \vec{F}_i = m \cdot \vec{a} \qquad (23)$$

Unde cu $\sum \vec{F}$ am notat suma forțelor reale aplicate sistemului, iar cu $\vec{F}_i$ am notat forța de inerție, forța complementară, aplicată sistemului.

Observați că dacă sistemul de referință este inerțial $\vec{F}_i = 0$ și regăsim rel. (2), respectiv (2').

ACTIVITĂŢI DE FIXARE A CUNOŞTINŢELOR ŞI EVALUARE.

Probleme rezolvate și comentate:

1. Un corp de masă m_1 = 0,8 kg se poate deplasa, cu frecare, pe o suprafață orizontală. Coeficientul de frecare dintre corp și plan este μ = 0,1. De corp este legat un fir, trecut peste un scripete ideal, la capătul căruia este atârnat un al doilea corp de masă m_2 = 0,2 kg, care se poate deplasa pe verticală. Să se determine accelerația sistemului și tensiunea din fir. Se consideră g = 10 m/s^2.

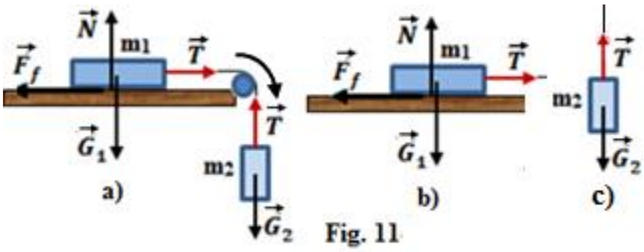

Fig. 11

Rezolvare: În Fig. 11a) am reprezentat cele două corpuri și forțele care acționează asupra lor, precum și sensul de mișcare al sistemului. Sesizăm că cele două corpuri sunt legate, deci se vor mișca împreună, cu aceeași accelerație. Cu T am notat forța de tensiune, forța care se tensionează firul atunci când sistemul este lăsat liber. Firul este unic și tensiunea T va avea aceeași valoare în orice punct, conform principiului al III-lea al dinamicii. Cu N am notat reacțiunea din plan. Atât N cât și T sunt forțe de reacțiune. Ele apar în sistem ca urmare a principiului al III-lea al dinamicii.

Pentru fiecare corp în parte vom scrie principiul suprapunerii forțelor, ca și cum celălalt nu ar exista, Fig. 11b) și 11c):

pentru corpul m_1, $\begin{cases} T - F_f = m_1 \cdot a \\ N - G_1 = 0 \end{cases}$ și pentru corpul m_2: $G_2 - T = m_2 \cdot a$.

Conform legii a doua frecării, $F_f = \mu \cdot N = \mu \cdot G_1 = \mu \cdot m_1 g$. Am considerat $N = G_1$, conform celei de-a doua relație din setul de relații ale corpului de masă m_1. Deci:

$$\begin{cases} T - \mu \cdot m_1 g = m_1 \cdot a \\ m_2 g - T = m_2 \cdot a \end{cases}$$

Observați că am obținut un sistem de două ecuații cu două necunoscute: a și T. Rezolvând sistemul de ecuații, obținem: $\begin{cases} a = g\dfrac{m_2 - \mu \cdot m_1}{m_2 + m_1} = 1{,}2\, m/s^2 \\ T = (g - a) \cdot m_2 = 1{,}76\, N \end{cases}$

2. Peste un scripete ideal este trecut un fir inextensibil care susține două corpuri, de mase m_1 = 2 kg și m_2 = 3 kg, ținute în repaus. Se lasă sistemul liber. Să se calculeze: **I.** a) accelerația sistemului; b) tensiunea din fir.

II. Se dezleagă corpul de masă m_2 și se trage de fir în jos cu o forță $F = G_2$. Să se calculeze: a) accelerația sistemului; b) tensiunea din fir. Se consideră g = 10 m/s^2.

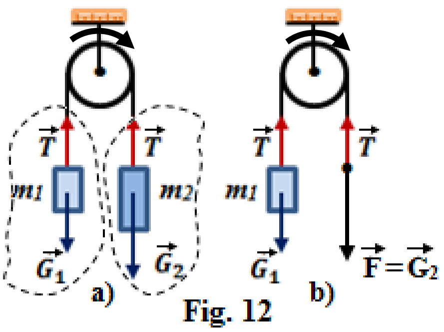

Fig. 12

Rezolvare: În Fig. 12a) am reprezentat cele două corpuri și forțele care acționează asupra lor, precum și sensul de mișcare al sistemului. Deoarece corpurile sunt legate, se vor mișca împreună, cu aceeași accelerație.

Cu T am notat forța de tensiune, forța care se tensionează firul atunci când sistemul este lăsat liber. Firul este unic și tensiunea T va avea aceeași valoare în orice punct, conform principiului al III-lea al dinamicii.

I. Pentru fiecare corp în parte, Fig. 12a), vom scrie principiul suprapunerii forțelor, ca și cum celălalt nu ar exista: $\begin{cases} T - m_1 g = m_1 \cdot a \\ m_2 g - T = m_2 \cdot a \end{cases}$

Rezolvând sistemul de două ecuații cu necunoscutele a și T, abținem valorile:

$$\begin{cases} a = g\dfrac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = 2\, m/s^2 \\ T = (a + g) \cdot m_1 = 24\, N \end{cases}$$

II. Pentru fiecare corp în parte, Fig. 12b), vom scrie principiul suprapunerii forțelor:

$$\begin{cases} T - m_1 g = m_1 \cdot a \\ F - T = 0 \end{cases}$$

Pentru a doua ecuație egalitatea este zero pentru că nu mai există masă: $m_2 = 0$.

Rezolvând noul sistem de ecuații, pentru a și T vom obține valorile:

$$\begin{cases} a = \dfrac{F - m_1 \cdot g}{m_1} = 5\, m/s^2 \\ T = F = m_2 \cdot g = 30\, N \end{cases}$$

3. Cu ce accelerație orizontală minimă trebuie împins un plan înclinat de unghi α = 45° pentru ca un corp, așezat pe el, să înceapă să urce pe plan? Se consideră μ = 0,20.

Rezolvare: Dacă citim problema cu atenție observăm câteva detalii:

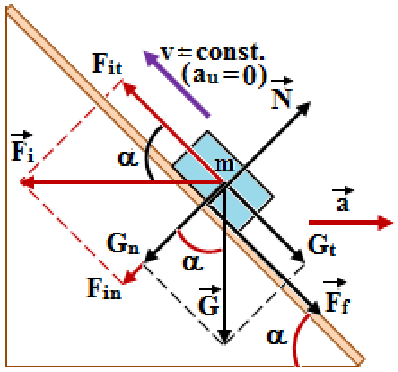

Fig. 13

1. Planul înclinat se mișcă cu accelerația **a**, pe care va trebui s-o determinăm. Acest lucru înseamnă că **planul înclinat este un sistem de referință neinerțial**. În consecință, când vom stabili forțele care acționează asupra sistemului, va trebui să luăm în considerație și forța de inerție, $\vec{F}_i$, iar principiul suprapunerii forțelor îl vom scrie sub forma rel.(23).

2. Corpul „**începe să urce pe plan**”, aceasta înseamnă că viteza corpului este minimă și deci constantă, adică, accelerația de urcare pe plan, $a_u = 0$. În consecință, urcarea corpului pe planul înclinat se face cu o mișcare uniformă.

Observăm, că dacă sistemul se mișcă accelerat spre dreapta, forța de inerție, F_i, acționează în sens invers, spre stânga, Fig. 13, conform rel.(22), relația de definiție a forței de inerție.

Principiul suprapunerii forțelor se va scrie:

$$\vec{F}_i + \vec{G} + \vec{N} = m \cdot \vec{a}_u,$$

sau pe componente:

$$\begin{cases} F_{it} - G_t - F_f = 0 \\ N - G_n - F_{in} = 0 \end{cases}$$

Observați, de asemenea, că sistemul arbitrar de axe perpendiculare l-am ales: o direcție paralelă cu planul și cealaltă perpendiculară pe plan, sistem pe care-l recomand. Este cel mai comod și cel mai intuitiv. Din Fig. 13 rezultă:

$$\begin{cases} G_t = mg \cdot \sin\alpha \\ G_n = mg \cdot \cos\alpha \end{cases}, \quad \begin{cases} F_{it} = ma \cdot \cos\alpha \\ F_{in} = ma \cdot \sin\alpha \end{cases}, \quad F_f = \mu \cdot N = \mu(G_n + F_n) = \mu(mg \cdot \cos\alpha + ma \cdot \sin\alpha).$$

Cu aceste date obținem, în final, ecuația:

$$ma \cdot \cos\alpha - mg \cdot \sin\alpha - \mu(mg \cdot \cos\alpha + ma \cdot \sin\alpha) = 0,$$

iar valoarea lui a este dată de relația:

$$a = g\frac{\mu + tg\,\alpha}{1 - \mu \cdot tg\,\alpha} = \frac{2}{3}g = 6{,}67\, m/s^2$$

4. Cu ce unghi trebuie înclinat drumul la o curbă de rază R = 100 m, prevăzut pentru circulație cu viteza v = 54 km/h, pentru ca automobilele să circule în siguranță?

Se consideră g = 10 m/s^2

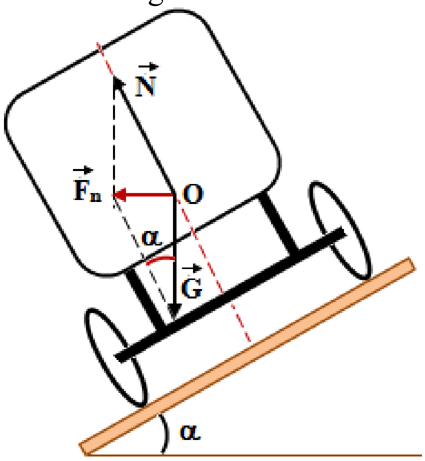

Fig. 14

Rezolvare: Ați sesizat, în mod sigur, că la curbe automobilele au tendința de a se „răsturna” spre interiorul curbei. Acest fapt este deosebit de periculos, deoarece, pentru un anumit timp, roțile dinspre exteriorul curbei pierd contactul cu șoseaua. În acest caz, constructorii de drumuri supraînalță drumul în partea dinspre exteriorul curbei, astfel încât, deși automobilul se înclină spre interiorul curbei, roțile să rămână în contact cu șoseaua, Fig. 14.

La mișcarea pe o traiectorie circulară, asupra automobilului acționează și forța centripetă, care este răspunzătoare de tendința de a se răsturna a automobilul. Condiția ca automobilul să nu se răstoarne este ca rezultanta forței de greutate, **G**, cu normala din plan, **N**, fie chiar forța centripetă, **Fn**, ca în Fig. 14.

Din Fig. 14 se observă că:

$$tg\,\alpha = \frac{F_n}{G} = \frac{v^2}{Rg} = 0{,}25; \quad \alpha = 13°$$

Răspundeți următorilor itemi:

1. Enunțați principiul I al dinamicii.
2. Ce este inerția?
3. Masa – mărime fizică. Definiție, simbol, unitate de măsură.
4. Enunțați principiul al II-lea al dinamicii.
5. Forța – mărime fizică. Definiție, simbol, unitate de măsură.
6. Enunțați principiul suprapunerii forțelor.
7. Care sunt efectele acțiunii forțelor asupra corpurilor.
8. Enunțați principiul al III-lea al dinamicii.
9. Ce este un sistem de referință inerțial (SRI)?
10. Enunțați principiul relativității în mecanica clasică.
11. Definiți mișcarea relativă.
12. Definiți mișcarea absolută.
13. Definiți mișcarea de transport.
14. Enunțați lege atracției universale.
15. Forța de greutatea – mărime fizică. Definiție, simbol, unitate de măsură.
16. Definiți câmpul gravitațional.
17. Intensitatea câmpului gravitațional – mărime fizică. Definiție, simbol, unitate de măsură.
18. Definiți linia de câmp gravitațional.
19. Definiți suprafața echipotențială a câmpului gravitațional.
20. Ce este un câmp gravitațional uniform?
21. Forța de frecare – mărime fizică. Definiție, formulă, simbol, unitate de măsură.
22. Enunțați legile frecării.
23. Explicați, din punct de vedere microscopic, în 3-5 propoziții, acțiunea și natura forței de frecare.
24. Enunțați legea lui Hooke, și precizați semnificația și unitatea de măsură a mărimilor fizice.
25. Forța elastică – mărime fizică. Definiție, formulă, simbol, unitate de măsură.
26. Explicați, din punct de vedere microscopic, în 3-5 propoziții, acțiunea și natura forței elastice.
27. Forța centripetă – mărime fizică. Definiție, formulă, simbol, unitate de măsură.
28. Forța centrifugă – mărime fizică.
29. Forțe de inerție. Exemple de situații, din natură, în care apar forțele de inerție.
30. Explicați, în 3-4 propoziții, situații din natură în care apar forțe de inerție.

Rezolvați următoarele probleme:

1. Sub acțiunea unei forțe $F_1 = 10$ N, un corp se mișcă cu accelerația $a_1 = 2$ m/s^2. Cu ce accelerație se va mișca același corp sub acțiunea forței $F_2 = 50$ N?
R: $a_2 = 10$ m/s^2.

2. Un corp cu masa $m_1 = 5$ kg, sub acțiunea unei forțe, a căpătat accelerația $a_1 = 4$ m/s^2. Ce accelerație va căpăta un corp de masă $m_2 = 20$ kg, sub acțiunea aceleiași forțe?
R: $a_2 = 1$ m/s^2.

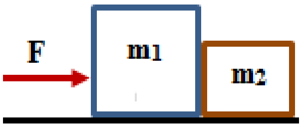

Fig. 15

3. Două corpuri paralelipipedice, de mase $m_1 = 20$ kg și $m_2 = 5$ kg, sunt așezate alăturat pe o masă orizontală netedă fără frecări, Fig. 15. Corpul de masă m_1 este împins cu forță F = 100 N. Ce valoare are forța cu care corpul de masă m_1 împinge corpul de masă m_2?
R: F' = 20 N

4. Pentru a pune în mișcare un corp cu masa m = 2 kg, aflat pe o suprafață orizontală, trebuie să acționăm cu o forță minimă F, care face cu direcția orizontală unghiul $\alpha = 30°$. Să se afle valoarea forței F, cunoscând valoarea coeficientului de frecare $\mu = 0{,}1$ și $g = 10$ m/s^2.

R: $$F = \frac{\mu \cdot mg}{\cos\alpha + \mu \cdot \sin\alpha} = 2{,}18\ N$$

5. Un camion cu masa m = 5 t se deplasează cu accelerația a = 0,61 m/s^2. Știind că forța de frecare reprezintă o fracțiune f = 0,04 din greutatea camionului, să se afle forța de tracțiune dezvoltată de motor.
R: $F = m(fg + a) = 5\ kN$

6. Un tren cu masa m = 1000 t, în timpul Δt = 1 min 40 s, își mărește viteza de la v_1 = 54 km/h la v_2 = 72 km/h. Știind că forța de tracțiune a locomotivei este F = 80 kN, să se afle forța de rezistență.

R: $F_r = F - \frac{\Delta v}{\Delta t} = 30\ kN$

7. Pentru a menține în repaus un corp pe un plan înclinat de unghi α = 30° trebuie aplicată o forță minimă în sus, de-a lungul planului, F_1 = 3,5 N, iar pentru a-l trage uniform în sus, de-a lungul planului, trebuie acționat cu o forță orientată în sus de-a lungul planului F_2 = 6,5 N. Să se determine coeficientul de frecare la alunecare.

R: $\mu = \frac{F_2 - F_1}{F_2 + F_1} tg\ \alpha = 0{,}17$

8. Un automobil face un viraj, de rază R = 90 m, pe un drum unde coeficientul de frecare dintre anvelope și șosea este μ = 0,25. Care ar trebui să fie viteza maximă cu care automobilistul poate intra în curbă, fără să derapeze? Se consideră g = 10 m/s^2.
R: $v = \sqrt{\mu R g} = 54\ km/h$
Un corp de masă m_1 = 800 kg se află la distanța r = 0,25 m de un alt corp de masă m_2 = 600 kg. Să se calculeze intensitatea câmpului gravitațional într-un punct situat la distanța r_1 = 0,2 m de m_1 și distanța r_2 = 0,15 m de m_2.
R: $\Gamma = \sqrt{\Gamma_1^1 + \Gamma_2^2 + 2\Gamma_1\Gamma_2 \cos\alpha} = 2{,}2 \cdot 10^{-6} N/kg$

9. Să se afle masa Soarelui, cunoscând că viteza Pământului pe traiectoria circulară în jurul Soarelui este v = 30 km/s, iar raza orbitei Pământului în jurul Soarelui este R = 150·10^6 km. Constanta lui Cavendish are valoarea K = 6,67·10^{-11} N·m^2/kg^2.

R: $M = \frac{R v^2}{K} = 2 \cdot 10^{30}\ kg$

10. Cunoscând că distanța Pământ-Lună este d = 384·10^3 km și că m_P = 81 m_L, să se afle la ce distanță de centrul Lunii intensitatea câmpului gravitațional este nul.

R: $x = \frac{d}{10} = 38{,}4 \cdot 10^3\ km$

11. Tensiunea elastică într-o sârmă cu diametrul d = 2 mm este σ = 50 MN/m^2. Care va fi tensiunea elastică într-o sârmă din același material, supusă la aceeași sarcină, dar de diametru d' = 5 mm?
R: σ' = 8 MN/m^2

12. Să se calculeze alungirea unei bare de oțel, de secțiune pătrată și lungime l_0 = 20m, sub acțiunea propriei greutăți. Densitatea barei este ρ = 7,85·10^3 kg/m^3, E = 2,1·10^{11} N/m^2 și g = 10 m/s^2.

R: $\Delta l = \frac{1}{2E} \cdot \rho g l_0^2 \cong 7{,}85 \cdot 10^{-5} m$

BIBLIOGRAFIE:

A. Hristev, V. Fălie, D. Manda – FIZICA, Editura Didactică și Pedagogică, București – 1984
O. Rusu, M. Chiriță – FIZICĂ, manual pentru clasa a IX-a, Editura NICULESCU, 2004
A. Hristev și colectiv – Probleme de FIZICĂ pentru clasele IX-X, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983.
T. Crețu – FIZICĂ. Teorie și probleme, EDITURA TEHNICĂ, București 1991.

http://www.manualdefizica.ro/
https://ro.wikipedia.org/wiki/Pagina_principal%C4%83