

MECANICA

III. Statica

III. Statica. Echilibrul mecanic al corpurilor.

1. Sistem de forțe concurente.

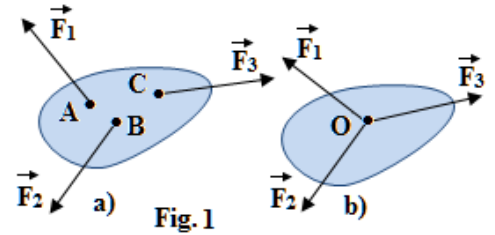
Sistemul de forțe reprezintă totalitatea forțelor care acționează simultan asupra unui corp, Fig. 1. În Fig. 1a) am reprezentat un sistem de forțe oarecare.

Dacă forțele au același punct de aplicație, sistemul de forțe se numește **sistem de forțe concurente**, Fig. 1b).

Două sisteme de forțe oarecare se numesc **sisteme de forțe echivalente** dacă produc același efect asupra corpului.

Teoreme: 1. Două sisteme de forțe, echivalente cu un al treilea, sunt echivalente între ele.

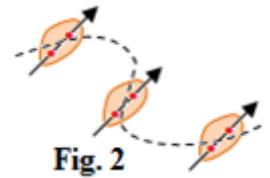
2. Dacă un sistem de forțe este echivalent cu o singură forță, atunci această forță este rezultanta sistemului de forțe. Rezultanta sistemului de forțe se obține prin operația de compunere a vectorilor, vezi [Noțiuni de calcul vectorial](#).



2. Mișcările simple ale solidului rigid. Condiții de echilibru.

Corpul solid rigid este un corp ale cărui dimensiuni *nu se neglijează*, iar distanțele reciproce dintre punctele sale materiale rămân neschimbate.

Mișcarea de translație a unui corp solid rigid este mișcarea pentru care orice dreaptă care unește oricare două puncte își păstrează orientarea (rămâne paralelă cu ea însăși) pe toată durata mișcării, Fig. 2. Acest lucru presupune că, în mișcare de translație, toate punctele care alcătuiesc solidul au traiectorii, viteze și accelerații identice. Din această cauză, pentru a determina mișcarea de translație a unui solid rigid este suficient să determinăm mișcarea de translație a unui punct material ce aparține corpului.



Echilibrul corpurilor în raport cu mișcarea de translație.

Corpurile sunt în echilibru în raport cu mișcarea de translație dacă se află în repaus relativ sau se află în mișcare rectilinie și uniformă față de sisteme de referință inerțiale.

Se obișnuiește să se spună că **echilibrul static** dacă corpul este în repaus și **echilibrul dinamic** dacă corpul efectuează mișcare rectilinie și uniformă.

Deoarece toate sistemele de referință inerțiale sunt echivalente, rezultă, în mod logic, că dacă alegem convenabil sistemul de referință echilibrul dinamic poate fi convertit în echilibru static.

În conformitate cu principiul fundamental al dinamicii, un corp este în echilibru, în raport cu mișcarea de translație, dacă rezultanta sistemului de forțe care acționează asupra lui este zero.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \mathbf{0} \quad (1)$$

În urma proiectării pe cele două axe de coordonate Ox și Oy se obține:

$$\begin{cases} R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} \dots + F_{nx} = 0 \\ R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} \dots + F_{ny} = 0 \end{cases} \quad (1')$$

Mișcarea de rotație a unui corp solid rigid este mișcarea în care toate punctele sale descriu cercuri ale căror centre sunt situate pe o dreaptă perpendiculară pe planurile cercurilor descrise. Această dreaptă se numește **axă de rotație**, Fig. 3.

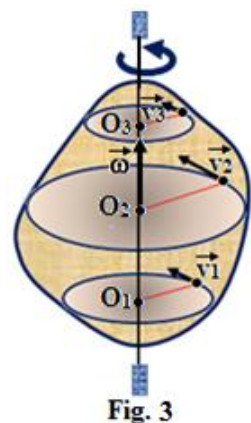
Echilibrul corpurilor în raport cu mișcarea de rotație.

Corpul rigid este în echilibru față de mișcarea de rotație dacă se află în repaus relativ, sau se rotește uniform în jurul axei de rotație.

3. Momentul forței. Momentul forței în raport cu un punct.

Să presupunem că un corp este constrâns să se miște în jurul unui punct fix, numit și pol, Fig. 4. De exemplu, anumite articulații ale unor mașini, sau articulațiile noastre.

Momentul forței în raport cu un pol se definește ca produsul vectorial dintre vectorul de poziție al



punctului de aplicație al forței față de pol și vectorul forță:

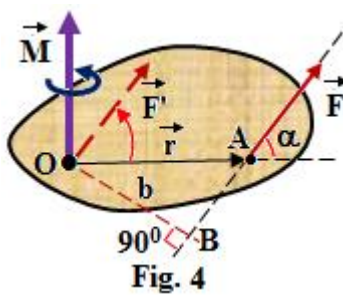


Fig. 4

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (2)$$

Vectorul \vec{M} este perpendicular pe planul vectorilor \vec{r} și \vec{F} , Fig. 4.

Modulul vectorului \vec{M} este:

$$|\vec{M}| = M = r \cdot F \cdot \sin \alpha = b \cdot F \quad (3)$$

Unde am notat cu $b = r \cdot \sin \alpha$ brațul forței.

Se observă că efectul produs de un moment al forței (sau pe scurt moment) este un efect de rotație. Corpul va suferi o mișcare de rotație în jurul polului. Efectul produs de moment este rotația corpului în jurul

polului.

Efectul produs de forță este același (deci momentul forței are aceeași valoare) indiferent de poziția punctului de aplicație al forței pe suport.

Unitatea de măsură pentru momentul forței este:

$$[M]_{SI} = [r]_{SI} \cdot [F]_{SI} = 1N \cdot m \quad (4)$$

ATENȚIUNE! În acest caz $1N \cdot m$ nu se transformă în **Jouli**.

Teorema lui P. Varignon.

Dacă asupra corpului solid acționează un sistem de forțe concurente, $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n$, atunci:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n) = \vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 + \dots + \vec{r} \times \vec{F}_n \quad (5)$$

sau,

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_n \quad (6)$$

Momentul rezultantei unui sistem de forțe concurente, în raport cu un pol, este egal suma vectorială a momentelor forțelor concurente, în raport cu același pol, rel. (6).

OBSERVAȚIE: În cazul unui solid rigid, condiția de echilibru, în raport cu mișcarea de rotație, cere ca suma vectorială a momentelor forțelor aplicate solidului să fie zero:

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_n = \mathbf{0} \quad (6')$$

Evident, dacă corpul execută și mișcare de translație și mișcare de rotație, condiția de echilibru impune ca rel. (1) și (6') să fie îndeplinite concomitent:

$$\begin{cases} \vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \mathbf{0} \\ \vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i = \mathbf{0} \end{cases} \quad (6'')$$

4. Componerea forțelor.

4.1 Metoda analitică de compunere a forțelor.

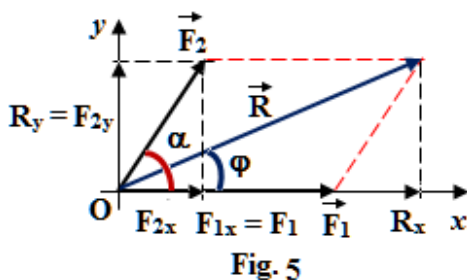


Fig. 5

$$\begin{cases} F_{1x} = F_1 \\ F_{1y} = 0 \end{cases} \quad \text{și} \quad \begin{cases} F_{2x} = F_2 \cdot \cos \alpha \\ F_{2y} = F_2 \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad (7)$$

Am stabilit deja, în capitolul *Noțiuni de calcul vectorial*, că proiecția unei sume de vectori este egală cu suma proiecțiilor vectorilor. În consecință:

$$\begin{cases} R_x = F_{1x} + F_{2x} = F_1 + F_2 \cdot \cos \alpha \\ R_y = F_{1y} + F_{2y} = F_2 \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad (8)$$

Sistemul inițial de forțe concurente F_1 și F_2 a fost înlocuit cu rezultanta acestora. Din Fig. 5 observăm că, dacă efectuăm calculele algebrice:

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cdot \cos \alpha \quad (9)$$

Unghiul φ pe care-l face rezultanta R cu axa Ox este dat de relația:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R_y}{R_x} \quad (10)$$

Rel.(8) se poate generaliza pentru un sistem de n forțe concurente. În acest caz:

$$\begin{cases} R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} \\ R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} \end{cases} \quad (11)$$

Tot ce ne rămâne de făcut este să determinăm componentele fiecărui vector pe fiecare axă.

4.2 Compunerea forțelor paralele.

a) Compunerea forțelor paralele de același sens.

Considerăm un solid rigid, asupra căruia acționează un sistem de două forțe paralele, de același sens, Fig. 6a). În acest caz, modulul rezultantei are valoarea:

$$R = F_1 + F_2 \quad (12)$$

Rezultanta are direcția forțelor, iar punctul de aplicație se află pe dreapta ce unește punctele de aplicație ale celor două forțe, între cele două forțe, mai aproape de forța mai mare, cu condiția: momentul resultant al celor două forțe să fie zero: $\vec{M}_1 = -\vec{M}_2$. Acest lucru este echivalent cu relația:

$$b_1 \cdot F_1 = b_2 \cdot F_2 \quad (13)$$

b) Compunerea forțelor paralele de sens contrar.

Considerăm un solid rigid, asupra căruia acționează un sistem de două forțe paralele, de sens contrar, Fig. 6b). În acest caz, modulul rezultantei are valoarea:

$$R = F_1 - F_2 \quad (14)$$

Rezultanta are direcția forței mai mari, iar punctul de aplicație se află pe dreapta ce unește punctele de aplicație ale celor două forțe, în afara forțelor, de partea forței mai mari, cu aceeași condiție (13).

Această relație este, de asemenea, echivalentă cu condiția (6'), momentul resultant al celor două forțe să fie zero.

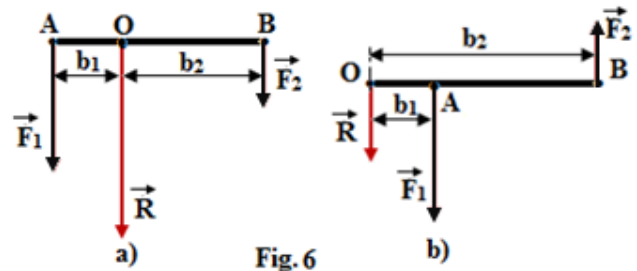


Fig. 6

5. Cuplul de forțe.

Ansamblul de două forțe paralele, de module egale, de sens contrar și de suporturi diferite formează un **cuplu de forțe**, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 = \vec{F}$, Fig.7.

Planul definit de cele două forțe se numește **planul cuplului**.

Distanța dintre suporturile celor două forțe se numește **brațul cuplului**, r .

Deoarece cele două forțe sunt egale și de sens contrar rezultanta lor este nulă, $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$ și nu există mișcare de translație, totuși efectul cuplului este un efect de rotație, rotația efectuându-se în jurul unei axe perpendiculare pe planul cuplului.

TEOREMĂ. Momentul cuplului în raport cu orice punct din spațiu este constant. Conform teoremei lui Varignon:

$$\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (15)$$

Unde $|\vec{r}| = r$ este brațul cuplului, care este constant.

OBSERVAȚII:

1. Sensul momentului cuplului coincide cu sensul de înaintare al unui șurub drept, a cărui axă coincide cu suportul momentului, pe care îl rotim în sensul în care cuplul tinde să rotească corpul. (Regula șurubului.)
2. Punctul de aplicație al momentului cuplului poate fi în orice punct din spațiu.
3. Două sau mai multe cupluri sunt echivalente dacă, aplicate aceluiași corp, produc același efect.
4. Toate cuplurile echivalente au același efect.

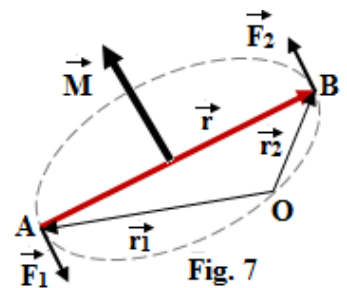


Fig. 7

5. În cazul solidului rigid cuplul poate fi rotit, deplasat în propriul său plan, sau într-un plan paralel fără ca efectul produs de cuplu să se modifice.

6. Centrul de greutate.

Orice corp poate fi considerat ca fiind alcătuit dintr-un număr foarte mare de particule mici, de mase: $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$, Fig. 8. Asupra fiecărei particule acționează câte o forță de greutate $\vec{G}_k = m_k \cdot \vec{g}$. Considerând corpul suficient de mic, toate aceste forțe sunt paralele și de același sens.

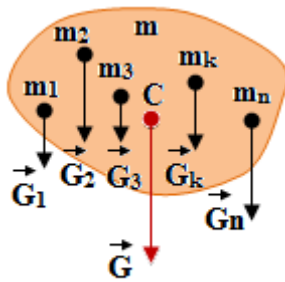


Fig. 8

Rezultanta tuturor acestor forțe este forța de greutate a corpului, sau greutatea corpului, iar punctul ei de aplicație este **centrul de greutate**.

Centrul de greutate, al unui corp, este un punct fix în raport cu celelalte puncte ale corpului, prin care trece linia de acțiune a greutății corpului, indiferent de orientarea și locul în care se află corpul.

Dacă corpul este omogen, centrul de greutate coincide cu **centrul de masă** al corpului.

Centrul de masă este o noțiune mai generală decât centrul de greutate, deoarece se poate determina independent de acțiunea forțelor gravitaționale. Acest fapt este deosebit de practic în spațiul cosmic, de exemplu, unde forțele gravitaționale pot fi neglijabile.

OBSERVAȚII:

1. Dacă corpul are un punct de simetrie, centrul de greutate se va afla în acel punct.
2. Dacă corpul are o axă de simetrie, centrul de greutate se va afla pe acea axă.
3. Dacă corpul are mai multe axe de simetrie, centrul de greutate se va afla la intersecția acestor axe.
4. Dacă corpul are un plan de simetrie, centrul de greutate se va afla în acel plan.
5. Centrul de greutate nu trebuie să fie neapărat în interiorul corpului, el poate fi și în afara corpului, ca în cazul unui inel.

Determinarea centrului de greutate al unui sistem de două puncte materiale.

Ne propunem să determinăm coordonatele centrului de greutate al unui corp, solid rigid. Pentru aceasta vom împărți corpul în două puncte materiale, de mase m_1 și m_2 , de coordonate x_1 și y_1 , respectiv x_2 și y_2 raportate la un sistem arbitrar de axe perpendiculare xOy . Obținem astfel, un sistem de două forțe paralele și de același sens: $\vec{G}_1 = m_1 \cdot \vec{g}$ și $\vec{G}_2 = m_2 \cdot \vec{g}$, Fig. 9.

Pentru un sistem de două forțe paralele și de același sens trebuie să se respecte rel. 13, scrisă:

$$b_1 \cdot G_1 = b_2 \cdot G_2 \quad (16)$$

sau

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{G_2}{G_1} \quad (16')$$

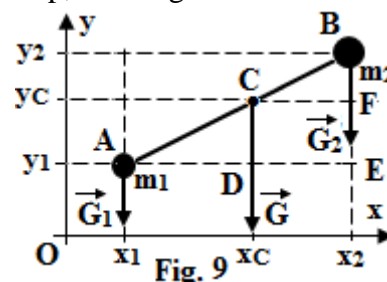


Fig. 9

În Fig. 9, observăm că, din construcția geometrică, sau format mai multe triunghiuri asemenea. Din asemănarea triunghiurilor ADC și CFB putem scrie:

$$\frac{x_c - x_1}{x_2 - x_c} = \frac{b_1}{b_2} \quad \text{și} \quad \frac{y_c - y_1}{y_2 - y_c} = \frac{b_1}{b_2} \quad (17)$$

sau, ținând cont de rel. (16')

$$\frac{x_c - x_1}{x_2 - x_c} = \frac{G_2}{G_1} \quad \text{și} \quad \frac{y_c - y_1}{y_2 - y_c} = \frac{G_2}{G_1} \quad (17')$$

Din rel. (17') determinăm x_c și y_c :

$$x_c = \frac{x_1 \cdot G_1 + x_2 \cdot G_2}{G_1 + G_2} \quad \text{și} \quad y_c = \frac{y_1 \cdot G_1 + y_2 \cdot G_2}{G_1 + G_2} \quad (18)$$

ACTIVITĂȚI DE FIXARE A CUNOȘTINȚELOR ȘI EVALUARE.

Probleme rezolvate și comentate:

1. De mijlocul unui fir este legat un inel ușor O, considerat un punct material, a cărui greutate este neglijabilă, în raport cu forțele care acționează asupra lui, Fig. 10. Capetele firului, care susțin două corpuri cu greutățile $G_1 = 6\text{N}$ și $G_2 = 8\text{N}$, sunt trecute peste doi scripeți mici. De inel se leagă un al

doilea fir, care susține un corp de greutate $G_3 = 10\text{N}$. Să se determine unghiurile α și β pentru poziția de echilibru a punctului O.

REZOLVARE:

În Fig. 10 am reprezentat toate forțele care acționează asupra sistemului și am efectuat descompunerea lor în sistemul de axe perpendiculare.

Punctul material O este liber, astfel încât poziția lui de echilibru în spațiu va fi determinată numai de forțele care acționează asupra lui. Condiția de echilibru, rel. (1) se va scrie:

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = 0 \quad (19)$$

Această condiție o vom rescrie scalar, proiectată pe cele două direcții, O_x și O_y . Semnul proiecțiilor îl vom alege conform sistemului cartezian de axe perpendiculare: + spre dreapta și în sus și - la stânga și în jos.

$$\begin{cases} T_{1x} + T_{2x} + T_{3x} = 0 \\ T_{1y} + T_{2y} + T_{3y} = 0 \end{cases} \quad (19')$$

Observăm, din figură că, în modul, $T_1=G_1$, $T_2=G_2$, $T_3=G_3$.

Identificăm forțele care acționează asupra punctului O. Ținând cont de egalitățile de mai sus, proiectăm forțele pe direcțiile O_x și O_y :

$$\begin{cases} T_{1x} = -G_1 \sin \alpha & T_{2x} = G_2 \sin \beta & T_{3x} = 0 \\ T_{1y} = G_1 \cos \alpha & T_{2y} = G_2 \cos \beta & T_{3y} = -G_3 \end{cases} \quad (20)$$

Și acum înlocuim rel. (17) în rel. (16'):

$$\begin{cases} -G_1 \sin \alpha + G_2 \sin \beta = 0 \\ G_1 \cos \alpha + G_2 \cos \beta - G_3 = 0 \end{cases} \quad (21)$$

sau:

$$\begin{cases} G_2 \sin \beta = G_1 \sin \alpha \\ G_2 \cos \beta = G_3 - G_1 \cos \alpha \end{cases} \quad (21')$$

Ridicăm la pătrat rel. (21'), adunăm membru cu membru cele două ecuații și ținem cont că, totdeauna $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, indiferent de valoarea lui α , obținem:

$$\cos \alpha = \frac{G_3^2 + G_1^2 - G_2^2}{2G_1G_2} = 0,6 \quad \text{sau} \quad \alpha \cong 53^\circ \quad (22)$$

În mod asemănător:

$$\cos \beta = \frac{G_3^2 + G_2^2 - G_1^2}{2G_1G_2} = 0,8 \quad \text{sau} \quad \beta \cong 37^\circ \quad (22')$$

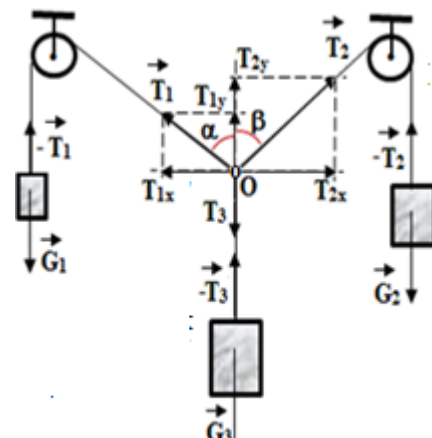


Fig. 10

2. Pentru a menține în repaus un corp pe un plan înclinat de unghi $\alpha = 30^\circ$ trebuie aplicată o forță minimă în sus, de-a lungul planului $F_1=3,5\text{N}$, iar pentru a-l trage uniform în sus de-a lungul planului trebuie aplicată o forță în sus de-a lungul planului $F_2=6,5\text{N}$, Fig. 11. Să se afle coeficientul de frecare la alunecare, μ .

REZOLVARE:

În Fig. 10 am reprezentat toate forțele care acționează asupra sistemului și am efectuat descompunerea lor într-un sistem de axe perpendiculare, pentru fiecare caz în parte.

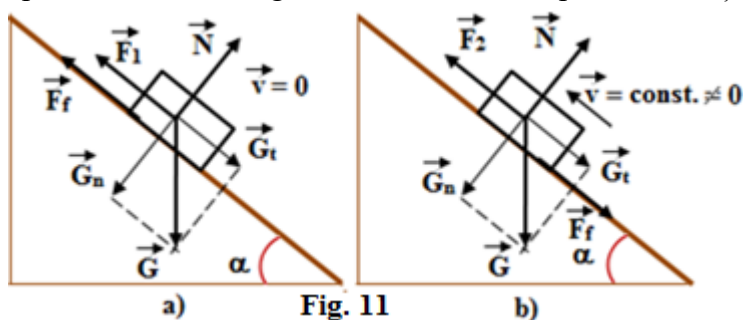


Fig. 11

Sesizați, de asemenea, că în fiecare caz avem câte o situație de echilibru. În cazul 1, Fig. 11a) este vorba de echilibrul static, iar în cazul 2, Fig. 11b) echilibru dinamic. Acest fapt este esențial de sesizat, pentru că de aici deducem sensul forței de frecare!

În cazul 1, corpul este menținut în repaus cu ajutorul forței F_1 , altfel corpul ar aluneca în jos. Deci F_1 este un supliment la forța de frecare și va avea același sens cu F_f .

În cazul 2, lucrurile sunt clare. Corpul alunecă în sus cu viteză constantă. Forța de frecare este orientată în sens invers mișcării, deci în jos.

Sensul proiecțiilor îl alegem cu +, pe axa Ox în sensul de mișcare, sau sens invers forței de frecare, iar pe axa Oy vertical în sus pe planul de mișcare. Celelalte proiecții vor avea semnul –.

Am stabilit că în fiecare caz avem câte un tip de echilibru, vom scrie condiția de echilibru la translație, condiția (1).

Pentru cazul 1:
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_f + \vec{G} + \vec{N} = 0 \quad (22)$$

sau, pe componente:
$$\begin{cases} G_t - F_1 - F_f = 0 \\ N - G_n = 0 \end{cases} \quad (22')$$

Pentru cazul 2:
$$\vec{F}_2 + \vec{F}_f + \vec{G} + \vec{N} = 0 \quad (23)$$

Respectiv, pe componente:
$$\begin{cases} F_2 - G_t - F_f = 0 \\ N - G_n = 0 \end{cases} \quad (23')$$

Unde
$$\begin{cases} G_t = mg \cdot \sin \alpha \\ G_n = mg \cdot \cos \alpha \end{cases} \quad \text{iar} \quad F_f = \mu \cdot N = \mu \cdot G_n = \mu mg \cdot \cos \alpha \quad (24)$$

Cu acestea putem scrie:
$$\begin{cases} mg \cdot \sin \alpha - F_1 - \mu \cdot mg \cdot \cos \alpha = 0 \\ F_2 - mg \cdot \sin \alpha - \mu \cdot mg \cdot \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad (25)$$

Sistemul de ecuații se mai poate scrie:
$$\begin{cases} F_1 = mg \cdot \sin \alpha - \mu \cdot mg \cdot \cos \alpha \\ F_2 = mg \cdot \sin \alpha + \mu \cdot mg \cdot \cos \alpha \end{cases} \quad (25')$$

Am obținut un sistem de două ecuații cu necunoscutele m și μ .

Dăm factor comun pe mg , în fiecare ecuație și raportăm cele două ecuații membru la membru, pentru a scăpa de m , necunoscuta care nu ne interesează. Rezolvând sistemul obținem:

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{F_2 - F_1}{F_2 + F_1} = 0,17. \quad (26)$$

Răspundeți următorilor itemi:

1. Ce este un sistem de forțe?
2. Ce sunt de forțele concurente?
3. Ce este un solid rigid?
4. Definiți mișcarea de translație. Condiția de echilibru în raport cu mișcarea de translație.
5. Definiți mișcarea de rotație. Condiția de echilibru în raport cu mișcarea de rotație.
6. Enunțați condiția de echilibru în raport cu mișcarea de translație și rotație.
7. Momentul forței. Definiție, formulă, simbol, unitate de măsură.
8. Enunțați regula șurubului.
9. Enunțați teorema lui Varignon.
10. Cuplul de forțe. Definiție.
11. Momentul cuplului în raport cu un punct oarecare din spațiu.
12. Ce este centrul de greutate?
13. Care sunt proprietățile centrului de greutate?

Rezolvați următoarele probleme:

1. De un fir, fixat într-un punct A, se suspendă un corp cu masa $m=2\text{kg}$. Un al doilea fir este legat de primul în punctul B, Fig. 11. În punctul B se exercită o forță orizontală F. Care trebuie să fie valoarea forței F, pentru ca unghiul α dintre firul AB și verticală să fie 45° . ($g=10 \text{ m/s}^2$)

R: $F = G \cdot \operatorname{tg} \alpha = 20\text{N}$.

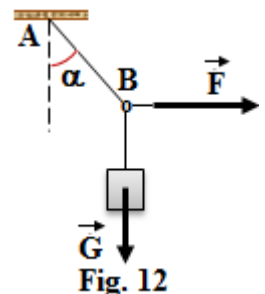
2. Trei forțe paralele $F_1 = 1\text{N}$, $F_2 = 4\text{N}$ și $F_3 = 7\text{N}$ sunt aplicate în trei puncte A, B și C, așezate în linie dreaptă, astfel ca $AB=BC=10\text{cm}$. A treia forță este de sens contrar celorlalte două. a) Să se deseneze sistemul de forțe. b) Să se determine intensitatea și punctul de aplicație D, al rezultantei celor trei forțe.

R: $R = 2\text{N}$, $AD=50\text{cm}$.

3. Un corp poate fi menținut în echilibru pe un plan înclinat cu forța $F_1 = 3\text{N}$, paralelă cu planul, sau cu forța $F_2 = 5\text{N}$ orizontală (paralelă cu baza planului. Neglijând frecările, să se determine:

- a) greutatea corpului;
- b) unghiul planului;
- c) reacțiunea normală în cele două cazuri.

R: a) $G = 3,75\text{N}$; $\alpha = \operatorname{arcsin} 0,8 \approx 53^\circ$; c) $N_1 = 2,25\text{N}$ și $N_2 = 6,25\text{N}$.



4. Pârghia unei balanțe are brațele inegale. Dacă se așează un obiect pe platanul din stânga el cântărește 36N, iar dacă îl așezăm pe platanul din dreapta el cântărește 49N. Care este greutatea reală a obiectului?

R: $G = \sqrt{F_1 \cdot F_2} = 42N$

5. Care este poziția centrului de greutate al plăcii omogene din Fig. 13, dacă greutățile porțiunilor de placă sunt proporționale cu suprafețele lor?

R: $x_c = 9,58 \text{ cm}$; sau, față de fiecare centru $x_1 = 1,58 \text{ cm}$; $x_2 = 8,42 \text{ cm}$

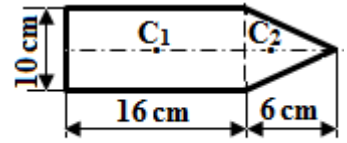


Fig.13

6. Dintr-o tablă în formă de triunghi isoscel ABC, cu baza AC = 20cm și înălțimea AD = 30cm, se taie o bucată în formă de triunghi isoscel având aceeași bază AC, Fig. 14.

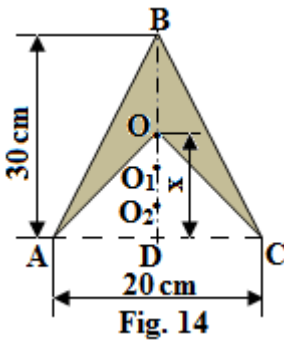


Fig. 14

Cât de mare trebuie să fie înălțimea triunghiului AOC astfel încât centrul de greutate al porțiunii rămase ABCO să se găsească în vârful O al triunghiului tăiat.

Indicație: Notăm cu x înălțimea ΔAOC . Vom considera că greutățile triunghiurilor de tablă sunt proporționale cu suprafețele lor, iar triunghiul tăiat, bucata lipsă) reprezintă o greutate negativă. În final se aplică teorema Varignon față de punctul O.

R: $x = 15 \text{ cm}$

BIBLIOGRAFIE:

A. Hristev, V. Fălie, D. Manda – FIZICA, Editura Didactică și Pedagogică, București – 1984

O. Rusu, M. Chiriță – FIZICĂ, manual pentru clasa a IX-a, Editura NICULESCU, 2004

A. Hristev și colectiv – Probleme de FIZICĂ pentru clasele IX-X, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983.

T. Crețu – FIZICĂ. Teorie și probleme, EDITURA TEHNICĂ, București 1991.

<http://www.manualdefizica.ro/>

https://ro.wikipedia.org/wiki/Pagina_principal%C4%83